КОЛЛОИДНЫЙ ЖУРНАЛ

Том 52 1990 № 3

УДК 537.363

Н. И. Жарких

ЭЛЕКТРООСМОС НАД МОЗАИЧНО ЗАРЯЖЕННОЙ ПЛОСКОСТЬЮ

Мозаично заряженной названа плоская поверхность раздела твердого тела и жидкости, у которой потенциал или плотность поверхностного заряда непостоянны. Электроосмос в таком случае описывается формулой Смолуховского, в которую входит средний ζ-потенциал. Последний в общем случае равен среднему по плоскости моменту двойного электрического слоя. Для нескольких частных случаев изучена связь среднего ζ-потенциала со статистическими свойствами поверхностного заряда. Показано, что толщина мозаичного пограничного слоя (слоя, за пределами которого течение потенциально) равна характерному размеру мозаичного участка, если последний превышает дебаевский радиус. На этом основании все результаты статьи могут применяться для описания электрофореза мозаично заряженных частиц произвольной формы, если радиус кривизны их поверхности превышает толщину мозаичного пограничного слоя.

Мозаично заряженной будем называть такую плоскость, у которой ζ-потенциал и/или поверхностная проводимость K_s различны в различных точках. Если ориентировать ось z по нормали к плоскости, а ось x — вдоль внешнего электрического поля, эти свойства можно выразить формулами

$$\zeta=\zeta(x, y)=\zeta(\mathbf{t}) \tag{1}$$

$$K_s=K_s(x, y)=K_s(\mathbf{t}) \tag{2}$$

где через $\mathbf{t}$ обозначен радиус-вектор в плоскости z=const. Далее везде, где это необходимо, будем предполагать, что электролит имеет 1—1-зарядный тип.

Важная особенность электрокинетических явлений на плоской поверхности состоит в том, что постоянная (не мозаичная) поверхностная проводимость не влияет на эти явления. Раз нет перераспределения электрического тока между объемом раствора и областью поверхностной проводимости, то нет и поляризации двойного электрического слоя и связанных с поляризацией изменений в электрокинетических явлениях. В данном сообщении мы будем пренебрегать мозаичностью поверхностной проводимости (в том числе и поверхностной проводимостью, связанной с диффузной обкладкой двойного слоя). Учет мозаичности поверхностной проводимости станет предметом отдельного сообщения.

Обозначим характерный размер мозаичного участка через L, обратный дебаевский радиус — через $\varkappa$. При условии

$$\varkappa L\gg 1 \tag{3}$$

электроосмос будет происходить таким образом, что в каждой точке поверхности скорость скольжения жидкости будет определяться локальным ζ-потенциалом:

$$v_x\big|_{z=0}=-\frac{\varepsilon\zeta(x, y)E}{4\pi\eta} \tag{4}$$

Скорость жидкости $\mathbf{v}$ удовлетворяет уравнению Стокса

$$\eta\Delta\mathbf{v}-\nabla p=0$$
$$\operatorname{div}\mathbf{v}=0 \tag{5}$$

Искомая скорость электроосмотического скольжения дается формулой

$$V_{eo}=\lim_{z\to\infty}M[v_x] \tag{6}$$

где $M[f]$ — оператор усреднения по плоскости $z=\text{const}$

$$M[f]=\lim_{Q\to\infty}\frac{1}{4Q^2}\int_{-Q}^{Q}\int_{-Q}^{Q}dx\,dyf(x,y,z)$$

Чтобы рассчитать скорость, рассмотрим функцию Грина краевой задачи (4—5) $\hat{G}(\mathbf{r},\mathbf{t}')$. Решение выражается через нее интегралом

$$v_x(\mathbf{r})=-\frac{\varepsilon E}{4\pi\eta}\int\zeta(\mathbf{t}')G_{xx}(\mathbf{r},\mathbf{t}')d\mathbf{t}' \tag{7}$$

В силу трансляционной симметрии задачи по координатам x, y функция Грина может зависеть только от разности векторов $\mathbf{t}$ и $\mathbf{t}'$

$$\hat{G}(\mathbf{r},\mathbf{t}')=\hat{G}(z,\mathbf{t}-\mathbf{t}') \tag{8}$$

Кроме того, она обладает следующим свойством: для однородно заряженной плоскости $\zeta=\text{const}$ и $V_{eo}=-\varepsilon\zeta E/4\pi\eta$. Таким образом

$$\int G_{xx}(\infty,\ \mathbf{t}-\mathbf{t}')d\mathbf{t}'=1 \tag{9}$$

Это свойство позволяет легко вычислить предел [6] для мозаичного распределения ζ-потенциала

$$V_{eo}=M[v_x(\infty,\mathbf{t})]=\lim_{Q\to\infty}\frac{1}{4Q^2}\int_{-Q}^{Q}\int_{-Q}^{Q}dx\,dy\times$$
$$\times\int_{-Q}^{Q}\int_{-Q}^{Q}dx'\,dy'\zeta(\mathbf{t}')G_{xx}=-\frac{\varepsilon\bar{\zeta}E}{4\pi\eta} \tag{10}$$

где средний ζ-потенциал определен по формуле

$$\bar{\zeta}=M[\zeta(t)] \tag{11}$$

Таким образом, электроосмос над мозаично заряженной поверхностью в пределе (3) описывается формулой Смолуховского, в которую входит средний по поверхности ζ-потенциал.

Отказываясь от условия (3), мы не можем все влияние двойного электрического слоя (ДЭС) на поле скорости представить в виде краевого условия (4) и должны решать уравнения Стокса с объемной силой

$$\eta\Delta\mathbf{v}-\nabla p+\rho(x,y,z)\mathbf{E}=0$$
$$\operatorname{div}\mathbf{v}=0 \tag{12}$$

и краевым условием

$$\mathbf{v}|_{z=0}=0 \tag{13}$$

где $\rho(x,y,z)$ — объемная плотность заряда в ДЭС.

Будем рассуждать аналогично рассуждениям (7—11). Пусть нам известна функция Грина для краевой задачи (12, 13); обозначим ее через $\hat{G}_1(\mathbf{r},\mathbf{r}')$. По определению решение для произвольного пространственно-

го распределения объемной силы дается формулой

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\eta}\int \hat{G}_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\,\rho(\mathbf{r}')\,\mathbf{E}d\mathbf{r}' \tag{14}$$

В силу трансляционной симметрии задачи по координатам x и y функция Грина может зависеть только от разности радиус-векторов $\mathbf{t}$ и $\mathbf{t}'$

$$\hat{G}_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \hat{G}_1(z, z', \mathbf{t}-\mathbf{t}') \tag{15}$$

Для однородно заряженной поверхности $\rho=\rho(z')$ и распределение скорости дается формулой

$$\mathbf{v}(z) = \frac{\mathbf{E}}{\eta}\left[z\int\limits_z^\infty \rho(z')\,dz' - \int\limits_0^\infty \rho(z')\,z'\,dz'\right] \tag{16}$$

Отсюда следует, что

$$V_{eo} = \mathbf{v}(\infty) = -\frac{\mathbf{E}}{\eta}\int\limits_0^\infty \rho(z)\,z\,dz \tag{17}$$

Подставляя (15) в (14) и затем в (6) и сравнивая результат с (17), получаем для функции Грина соотношение, аналогичное (9)

$$\int \hat{G}_1(\infty, z', \mathbf{t}-\mathbf{t}')\,d\mathbf{t}' = -\hat{I}z' \tag{18}$$

где $\hat{I}$ — единичный тензор. Производя преобразование, аналогичное (10), с использованием свойства (18), приходим снова к формуле (10), но с измененным выражением для среднего ζ-потенциала

$$\bar{\zeta} = \frac{4\pi}{\varepsilon} M\left[\int\limits_0^\infty \rho(\mathbf{r})\,z\,dz\right] \tag{19}$$

Внутренний интеграл в (19) имеет смысл момента ДЭС в данной точке. Таким образом, более точное определение среднего ζ-потенциала — это средний момент ДЭС. Это уточнение существенно только в том случае, если локальное значение момента ДЭС не совпадает с локальным значением потенциала поверхности, что возможно при нарушении условия (3).

Связь заряда поверхности со средним ζ-потенциалом. Для понимания природы электрокинетических явлений на мозаично заряженной поверхности важно связать формальный средний ζ-потенциал (19) со структурой поверхности, в частности с распределением плотности заряда

$$\sigma = \sigma(\mathbf{t}) \tag{20}$$

Обозначим через σ_1 постоянную часть σ, а через σ_2 — осциллирующую часть

$$\begin{gathered}\sigma_1 = M[\sigma]\\ \sigma_2 = \sigma - \sigma_1; \quad M[\sigma_2] = 0\end{gathered} \tag{21}$$

Изменчивость величины σ_2 будем обозначать через $V[\sigma_2]$, где в качестве V можно взять любой функционал, обладающий свойствами нормы. Конкретно можно использовать норму равномерной сходимости

$$V_1[f] = \max f(x, y) - \min f(x, y) - \infty \leqslant \{x.\ y\} \leqslant \infty \tag{22}$$

или эвклидову норму

$$V_2[f] = \left(\lim_{Q\to\infty}\frac{1}{4Q^2}\int\limits_{-Q}^{Q}\int\limits_{-Q}^{Q}(f(x, y) - M[f])^2\,dxdy\right)^{1/2} \tag{23}$$

Норма (22) более жесткая, чем (23): если $V_1[f]\ll 1$, то и $V_2[f]\ll 1$, но не наоборот. Норма V_2 имеет ту выгоду, что совпадает со средним квадратичным уклонением величины f; ее можно использовать, когда норма (22) не существует (скажем, для точечных зарядов).

Заметим, что функционалы M и V_2 введены нами при помощи пространственного, геометрического или координатного представления для f и интеграла Римана. Если мы вспомним, что интеграл Римана в том случае, когда он существует, равен интегралу Лебега, то мы сможем указанные интегралы рассматривать как интегралы Лебега и перейти к вероятностному, ансамблевому представлению для f. Для этого мы должны рассматривать множество точек на плоскости $\{x, y\}$ как множество опытов, в каждом из которых измеряется конкретное значение случайной величины f. Исчерпывающее знание величины f приводит к полному знанию плотности вероятности распределения f, которую мы обозначим через $\Phi(f)$. Тогда

$$M[f]=\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(f)f\,df$$

$$V_2[f]=\left(\int_{-\infty}^{\infty}(f-M[f])^2\,\Phi(f)\,df\right)^{1/2}$$

а величина $V_1[f]$ есть размах распределения f.

Наша цель — установить взаимосвязь $\bar{\zeta}$ и введенных выше статистических характеристик σ. Для этого нам необходимо рассмотреть краевую задачу для уравнения Пуассона — Больцмана

$$\Delta\varphi=\varkappa^2\operatorname{sh}\varphi,\qquad \left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=0}=-\varkappa\tilde{\sigma}\qquad(24)$$

где φ — безразмерный потенциал ДЭС (выраженный в единицах RT/F); $\tilde{\sigma}=(4\pi F\sigma)/(\varepsilon RT\varkappa)$ — безразмерная плотность поверхностного заряда; входящий в (19) объемный заряд $\rho=8\pi Fc\operatorname{sh}\varphi$; c — концентрация равновесного раствора.

Простейшим частным случаем рассматриваемой связи является линейная связь. Из (24) видно, что она возможна тогда, когда потенциал Дебая

$$M[\varphi|_{z=0}]\ll 1\qquad(25)$$

$$V[\varphi|_{z=0}]\ll 1\qquad(26)$$

(оба неравенства должны выполняться одновременно). Представив потенциал в виде

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2,\qquad M[\varphi_2]=0\qquad(27)$$

мы в даном случае будем иметь

$$\rho=8\pi Fc\varphi$$

$$M[\rho]=8\pi FcM[\varphi]=8\pi Fc\varphi_1$$

$$\varphi_1=\tilde{\sigma}_1\exp(-\varkappa z)\qquad(28)$$

$$\bar{\zeta}=\frac{RT}{F}\tilde{\sigma}_1$$

т. е. средний ζ-потенциал пропорционален среднему заряду поверхности и величина σ_1 однозначно определяет картину электрокинетических явлений.

Какие ограничения на статистические свойства величины σ_2 накладывают условия (25) и (26)? Из формул (28) мы видим, что неравенство (25) имеет место при

$$|\widetilde{\sigma}_1| \ll 1 \tag{29}$$

и одновременном выполнении (26). Чтобы получить ограничения на σ_2, решим более общую задачу — нелинейную по φ_1, но линейную по φ_2. Уравнения будут иметь вид

$$\begin{gathered} \Delta\varphi_1 = \varkappa^2 \operatorname{sh} \varphi_1 \\ \left.\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\right|_{z=0} = -\varkappa\widetilde{\sigma}_1 \end{gathered} \tag{30}$$

$$\begin{gathered} \Delta\varphi_2 = \varkappa^2 \operatorname{ch} \varphi_1 \varphi_2 \\ \left.\frac{\partial\varphi_2}{\partial z}\right|_{z=0} = -\varkappa\widetilde{\sigma}_2 \end{gathered} \tag{31}$$

Решение задачи (30) дает хорошо известную связь заряда с потенциалом для однородно заряженной поверхности

$$\begin{gathered} \widetilde{\sigma}_1 = 2 \operatorname{sh} \frac{\zeta_1}{2} \\ \zeta_1 = 2 \operatorname{arsh} \frac{\widetilde{\sigma}_1}{2} \end{gathered} \tag{32}$$

где $\zeta_1 = \varphi_1|_{z=0}$. Для нахождения потенциала φ_2 воспользуемся методом разделения переменных. Представим φ_2 в виде

$$\varphi_2 = G(z) H(x, y)$$

где сомножители удовлетворяют уравнениям

$$\begin{gathered} \Delta H = -\lambda^2 H \\ \frac{d^2G}{dz^2} = (\lambda^2 + \varkappa^2 \operatorname{ch} \varphi_1(z)) G \end{gathered} \tag{33}$$

и условию

$$G(0) = 1 \tag{34}$$

Решение задачи (33), (34) имеет вид

$$\varphi_2 = \varkappa \sum_\lambda \frac{\widetilde{\sigma}_2(\lambda) \exp\left(i\lambda t - \int\limits_0^z \sqrt{\lambda^2 + \varkappa^2 \operatorname{ch} \varphi_1(x)}\, dx\right)}{\sqrt{\lambda^2 + \varkappa^2 \operatorname{ch} \zeta_1}} \tag{35}$$

где $\widetilde{\sigma}_2(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_t e^{-i\lambda t} \widetilde{\sigma}_2(t)$ — Фурье-образ функции $\widetilde{\sigma}_2(t)$. Из этой формулы видно, что

$$\varphi_2|_{z=0} \sim \frac{\widetilde{\sigma}_2 \varkappa L}{\sqrt{1 + (\varkappa L)^2 \operatorname{ch} \zeta_1}} \tag{36}$$

Из последней формулы мы видим, что при $\varkappa L \ll 1$ амплитуда потенциала φ_2 определяется размером мозаики и не зависит от дебаевского радиуса (при заданной величине σ_2); при $\varkappa L \gg 1$ эта амплитуда не зависит от размера мозаики и определяется дебаевским радиусом; нелинейность экранирования (при $\operatorname{ch} \zeta_1 \gg 1$) всегда уменьшает амплитуду φ_2, причем во втором случае сильнее, чем в первом.

Итак, неравенство (26) выполняется при условии

$$V_1[\widetilde{\sigma}_2] \frac{\varkappa L}{\sqrt{1 + (\varkappa L)^2 \operatorname{ch} \zeta_1}} \ll 1 \tag{37}$$

При этом условии мозаичность поверхностного заряда не влияет на связь заряда с потенциалом (28) или (32) и соответственно на электроосмос.

Чтобы отказаться от простой в употреблении, но жесткой нормы V_1, а также проанализировать возможное влияние осцилляций заряда на ζ, нужно рассматривать нелинейную по φ_2 задачу. Это легко сделать только в предельном случае $\varkappa L \gg 1$, когда выражение (32) можно рассматривать как локальную связь заряда с потенциалом. Применяя к этому выражению для функциональной связи двух случайных величин метод линеаризации (метод моментов [1, гл. 11]), получим

$$\widetilde{\sigma}_1 = 2\,\mathrm{sh}\frac{F\bar{\zeta}}{2RT}\sum_{R=0}^{\infty}\frac{\mu_{2k}[\zeta]}{2k!\,2^{2k}} + 2\,\mathrm{ch}\frac{F\bar{\zeta}}{2RT}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\mu_{2k+1}[\zeta]}{(2k+1)!\,2^{2k+1}} \tag{38}$$

$$\frac{F\bar{\zeta}}{RT} = 2\,\mathrm{arsh}\frac{\widetilde{\sigma}_1}{2} - \frac{\widetilde{\sigma}_1\mu_2[\widetilde{\sigma}_2]}{8(1+\widetilde{\sigma}_1^2/4)^{3/2}} + \frac{(\widetilde{\sigma}_1^2/2-1)\,\mu_3[\widetilde{\sigma}_2]}{48(1+\widetilde{\sigma}_1^2/4)^{5/2}} + \ldots \tag{39}$$

где $\mu_k[f]$ — центральные моменты случайной величины f. Величина μ_2 или дисперсия — не что иное, как квадрат функциональной нормы V_2. Сравнивая выражения (37) и (39), мы видим, что условие (26) будет выполнено при выполнении одного из следующих неравенств:

$$V_1[\widetilde{\sigma}_2](1+\widetilde{\sigma}_1^2/4)^{-1/2} \ll 1 \tag{40}$$

$$V_2[\widetilde{\sigma}_2]\left(\frac{\widetilde{\sigma}_1}{8}\right)^{1/2}(1+\widetilde{\sigma}_1^2/4)^{-3/4} \ll 1 \tag{41}$$

Таким образом, использование нормы V_2 накладывает менее жесткие ограничения на распределение σ_2, чем норма V_1.

Проанализируем выражение (39) более подробно. Все члены, зависящие от σ_2, представляют собой оценку смещения среднего значения $\bar{\zeta}$. Это смещение происходит от нелинейной связи заряда с потенциалом. Мы видим, что дисперсия σ всегда уменьшает $\bar{\zeta}$, но вклад ее стремится к нулю вместе с σ_1; таким образом, если $\Phi(\sigma)$ симметрична и имеет нулевое среднее, то $\bar{\zeta}=0$, несмотря на мозаичность поверхности. Более сложной выглядит картина при асимметричной функции распределения: даже если $\sigma_1=0$, то мозаичность будет создавать некий средний ζ-потенциал, знак которого противоположен знаку $\mu_3[\sigma_2]$. Причину такого соотношения знаков легко понять, рассмотрев частный случай наличия участков только двух сортов σ_A и σ_B, занимающих доли площади A и B соответственно

$$A\sigma_A + B\sigma_B = 0$$

$$\mu_3 = A\sigma_A^3 + B\sigma_B^3 = A\sigma_A(\sigma_A^2 - \sigma_B^2)$$

Легко видеть, что знак μ_3 определяется знаком заряда участков меньшей площади, на которых плотность заряда по абсолютной величине больше. Соответственно результат усреднения ζ будет определяться ζ-потенциалом того участка, площадь которого больше. Это связано с тем, что из-за нелинейного экранирования большой заряд создает относительно низкий ζ-потенциал, а небольшой — относительно высокий.

Это рассуждение и формула (39) показывают ошибочность результата работы [2], в которой утверждается, что скорость электроосмоса над плоской мозаичной поверхностью определяется средним зарядом. Это так в линейном случае (28) и не так в общем случае, о чем в статье [2] не сделано никаких оговорок.

Мозаичный пограничный слой. Электроосмотическое течение над мозаичной поверхностью непотенциально, однако над ней имеется слой определенной толщины, за пределами которого оно потенциально. Что-

бы рассчитать структуру перехода течения к потенциальному и вычислить толщину этого пограничного слоя, рассмотрим уравнения (12) для частного случая, когда $\rho(x, y, z)$ представляется одним членом ряда Фурье

$$\rho(x, y, z) = \rho_0(z)\, e^{i\lambda t} \qquad (42)$$

где $\rho_0(z) \sim e^{-\varkappa z}$ при $z \to \infty$. Запишем компоненты скорости и давление в виде

$$\begin{aligned} \mathrm{v}(x, y, z) &= e^{i\lambda t} v_1(z) \\ p(x, y, z) &= e^{i\lambda t}\Pi(z) \end{aligned} \qquad (43)$$

Уравнение для $\Pi(z)$ имеет вид

$$\frac{d^2\Pi}{dz^2} - \lambda^2\Pi = i(\lambda \mathrm{E})\, \rho_0(z)$$

Общее решение этого уравнения

$$\Pi(z) = \Pi_1 e^{\lambda z} + \Pi_2 e^{-\lambda z} + \frac{i(\lambda \mathrm{E})}{2\lambda}\left[e^{\lambda z}\int_0^z \rho_0(x)\, e^{-\lambda x} dx - e^{-\lambda z}\int_0^z \rho_0(x)\, e^{\lambda x} dx\right]$$

должно быть ограничено на бесконечности. Это условие однозначно определяет константу Π_1 и оставляет произвольной Π_2

$$\Pi = \Pi_2 e^{-\lambda z} - \frac{i(\lambda \mathrm{E})}{2\lambda}\left[e^{\lambda z}\int_z^\infty \rho_0(x)\, e^{-\lambda x} dx + e^{-\lambda z}\int_0^z \rho_0(x)\, e^{\lambda x} dx\right] \qquad (44)$$

Оценим входящие в эту формулу интегралы при больших z

$$\int_z^\infty \rho_0(x)\, e^{-\lambda x} dx \sim \int_z^\infty e^{-(\lambda+\varkappa)x} dx = \frac{e^{-(\lambda+\varkappa)z}}{\lambda+\varkappa}$$

$$\int_0^z \rho_0(x)\, e^{\lambda x} dx = \begin{cases} \dfrac{1}{(\lambda-\varkappa)}\left(e^{(\lambda-\varkappa)z} - 1\right) & \lambda > \varkappa \\ z & \lambda = \varkappa \\ \dfrac{1}{(\varkappa-\lambda)}\left(1 - e^{(\lambda-\varkappa)z}\right) & \lambda < \varkappa \end{cases}$$

Подставляя эти оценки в (44), мы видим, что $\Pi(z)$ представляет при $z \to \infty$ сумму двух экспонент с двумя характерными расстояниями

$$\Pi(z) \sim \Pi_3 e^{-\varkappa z} + \Pi_4 e^{-\lambda z} \qquad (45)$$

Эти расстояния суть $\varkappa^{-1}$ дебаевский радиус и λ^{-1} — обратный модуль волнового вектора мозаики или ее характерный размер ($L = \lambda^{-1}$). Аналогичную (45) асимптотику имеют и другие гидродинамические характеристики: компоненты скорости, завихренность и т. д., которые мы не выписываем детально.

Выражение (45) показывает, что в общем случае мозаичный пограничный слой состоит из двух частей, толщина которых — $\varkappa^{-1}$ и L.

Толщина его L_1 определяется большей из них

$$L_1 = \max(L, \varkappa^{-1}) \qquad (46)$$

и, таким образом, мозаичный пограничный слой ни в коем случае не может быть тоньше двойного электрического слоя. Это следствие принятой нами факторизации (42), имеющей ту особенность, что фаза колебаний объемной плотности заряда не зависит от z. Как видно из (35), это заведомо имеет место при малости колебаний ρ. При больших колебаниях плотности поверхностного заряда (таких, что нарушается (26))

и $\varkappa L \leqslant 1$ это может быть не так: если небольшой участок положительного заряда окружен отрицательным зарядом, то непосредственно вблизи этого участка $\rho < 0$, но, удаляясь от этой области по нормали к плоскости, мы можем попасть в область $\rho > 0$. Конкретный пример такого строения ДЭС численно исследован в [3] (авторы называют его «сбрасыванием ДЭС»), но не для плоскости, а для дисковидной частицы. Физическая причина этого явления в том, что в нелинейном случае в экранировании положительного заряда малого участка играют роль не только противоионы диффузной обкладки, но и соседние фиксированные заряды.

Важно отметить, что на внешней поверхности мозаичного пограничного слоя (46) выполняются краевые условия, принятые в теории электроосмоса Смолуховского. Условие тонкости этого слоя по сравнению с радиусом кривизны частицы a является условием применимости формулы Смолуховского в форме (10), (19) к описанию электрофореза мозаично заряженных частиц произвольной формы:

$$V_{eph} = \frac{\varepsilon\bar{\zeta}E}{4\pi\eta} \qquad (47)$$

$$L_t \ll a$$

Эта формула — единственная в данной статье, при использовании которой надо требовать, чтобы поверхностная проводимость была мала, так как на криволинейной поверхности даже однородная поверхностная проводимость способна повлиять на электрокинетические явления.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. М.: Физматгиз, 1958. 464 с.
2. *Schuhmann D.*//Physicochem. and Hydrodynam. 1984. V. 5. № 5, 6. P. 383.
3. *Sekor R., Radke C.*//J. Colloid and Interface Sci. 1985. V. 103. № 2. P. 237.

Институт коллоидной химии
и химии воды АН УССР
Киев

Поступила в редакцию
16.05.88

N. I. Zharkikh

ELECTROOSMOSIS OVER A TESSELATED CHARGED PLANE

Summary

A flat solid/liquid interface whose potential or surface charge density is inconstant is called a tesselated charged surface. In the case such as this, electroosmosis is described by the Smoluchowski equation which contains the mean ζ-potential. In the general case this potential is equal to the plane-averaged electric double layer moment. The relation between the ζ-potential and the statistical properties of the surface charge has been examined for several particular cases. The thickness of the tesselated interfacial layer (the layer beyond which the flow is potential) has been proved to be equal to the characteristic size of the tesselated section if this section is greater than the Debye radius. On the strength of this fact, all the results of the investigation can be used to describe the electrophoresis of tesselated charged particles of an arbitrary shape if the radius of curvature of their surface is greater than the thickness of the tesselated interfacial layer.